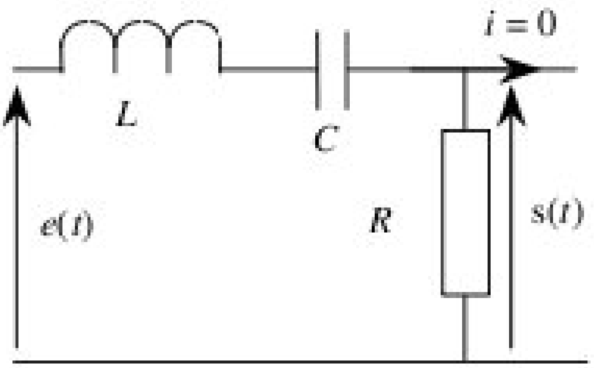
Filtre passe-bande du second ordre : Circuit RLC série

Un filtre passe-bande est un filtre ne laissant passer qu'une bande ou intervalle de fréquences compris entre une fréquence de coupure basse et une fréquence de coupure haute du filtre.



La fonction de transfert du filtre est :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{R}{R + jL\omega + 1/jC\omega}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{jRC\omega}{jRC\omega + 1 - LC\omega^2}$$

On pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, x= $\frac{\omega}{\omega_0}$ et Q= $\frac{1}{RC\omega_0}$.

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{jx/Q}{1 - x^2 + jx/Q}$$

$$\boxed{\underline{H}(jx) = \frac{1}{1 + jQ(x - 1/x)}}$$

étude du gain :

$$G_{dB} = 20\log(\frac{1}{\sqrt{1+Q^2(x-1/x)^2}})$$

$$\boxed{G_{dB}(x) = -10\log(1+Q^2(x-1/x)^2)}$$

Effectuons l'étude asymptotique de $G_{\mathrm{dB}}(x)$:

▶ si $x \to 0$ (basses fréquences), le terme dominant dans le logarithme est Q^2/x^2, donc $G_{\mathrm{dB}}(x) \sim -10\log\frac{Q^2}{x^2} \sim -20\log Q + 20\log x$. La droite d'équation

$$G_{\mathrm{dB}} = -20\log Q + 20\log x$$

est l'asymptote pour les basses fréquences, c'est une droite de pente 20 dB/décade ;

▶ si $x \to \infty$ (hautes fréquences), alors le terme dominant dans le logarithme est Q^2x^2, donc $G_{\mathrm{dB}}(x) \sim -10\log\left(Q^2x^2\right) \sim -20\log Q - 20\log x$. La droite d'équation

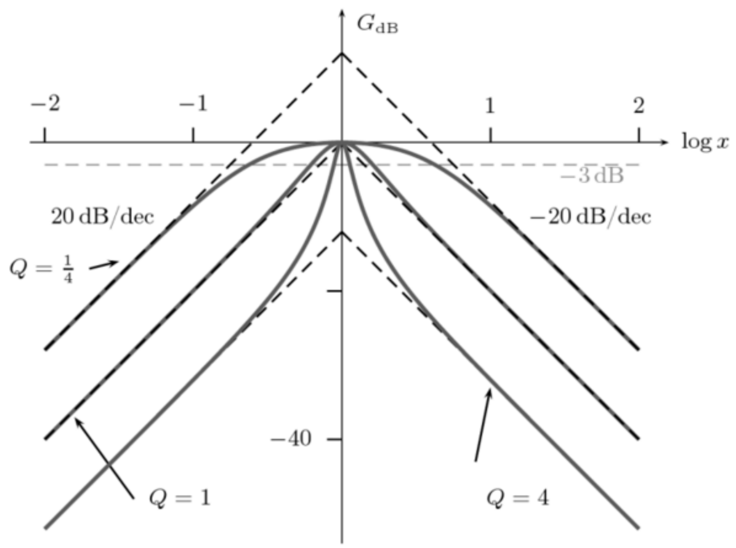
$$G_{\mathrm{dB}} = -20\log Q - 20\log x\,,$$

de pente −20 dB/décade, est l'asymptote à hautes fréquences.

Les asymptotes sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées d'équation $\log x = 0$. Le maximum du gain a lieu pour la résonance, donc en $x = 1$ où $G_{\mathrm{dB}} = 0$, pour toute valeur de Q : le maximum est indépendant du facteur de qualité. Les deux asymptotes précédentes se coupent lorsque $-20\log Q + 20\log x = -20\log Q - 20\log x$, donc pour $x = 1$. Elles se croisent au point d'ordonnée $-20\log Q$, positive si $Q < 1$ et négative si $Q > 1$ (voir figure 8.20), donc :

▶ si $Q < 1$, le gain G_{dB} maximum est situé sous le point de croisement des asymptotes, la courbe réelle est donc sous les asymptotes : la résonance est floue, et le filtre peu sélectif (voir le calcul de la bande passante qui suit) ;

▶ si $Q > 1$, le gain G_{dB} maximum est situé au-dessus du point de croisement des asymptotes, la courbe réelle est donc également au-dessus des asymptotes : la résonance est aiguë, et le filtre sélectif.



La sélectivité du filtre, c'est-à-dire sa bande passante à -3 dB, est liée à la largeur de la résonance en intensité.

La largeur de la courbe de résonance est la bande de pulsations $\Delta\omega$ pour lesquelles l'amplitude est supérieure ou égale à l'amplitude maximale divisée par racine de deux. Elle est telle que

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}\,.$$

Plus Q est grand, donc plus l'amortissement est faible, plus la résonance est aiguë.

La définition de la largeur de la courbe de résonance correspond exactement à celle de la bande passante à -3 dB. Donc plus le facteur de qualité sera important, plus le filtre sera sélectif. La bande passante réduite étant donnée par $\Delta x = \frac{1}{Q}$. De plus, nous avions vu que les pulsations réduites de coupure vérifient $x_1 x_2 = 1$; elles sont donc symétriques par rapport à l'axe des ordonnées, car $\log x_1 x_2 = \log x_1 + \log x_2 = 0$, donc $\log x_1 = -\log x_2$. La courbe du gain en décibels est représentée sur la figure, ainsi que la coupure à -3 dB, ce qui permet de vérifier les propriétés énoncées précédemment.

étude du déphasage :

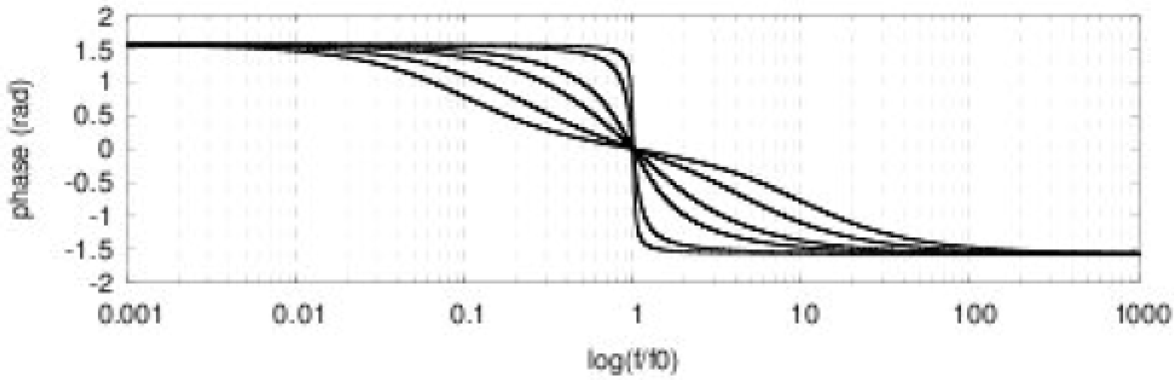
$$\varphi(x) = -Arg(1 + jQ(x - 1/x)) = -\arctan(Q(x - 1/x))$$

avec $\cos\varphi > 0$ donc $\boxed{\varphi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]}$.

Si x$\rightarrow 0$, $\varphi \rightarrow \pi/2$

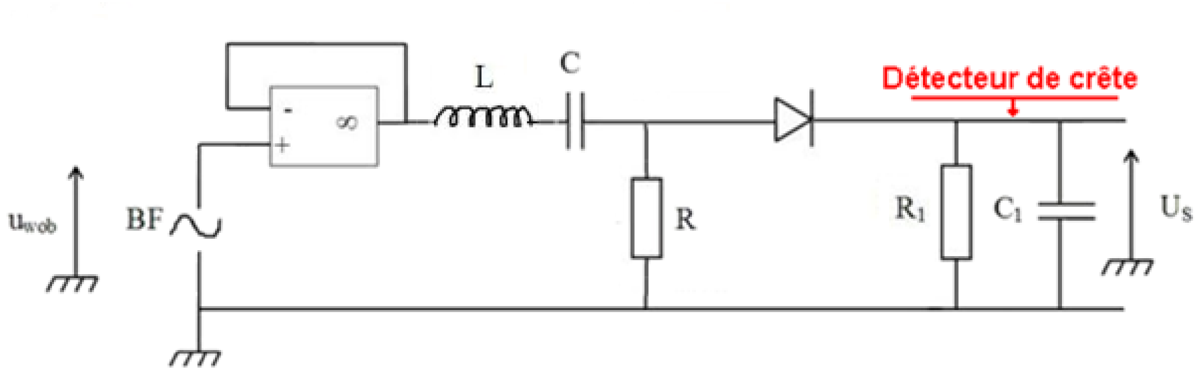
Si x$\rightarrow \infty$, $\varphi \rightarrow -\pi/2$

$\varphi(\omega_0) = 0$



Tracé automatique de la courbe de gain d'un filtre passe-bande RLC du 2[nd] ordre sur Synchronie 6 :

Le signal d'entrée du filtre RLC du montage suivant est un signal modulé en fréquence (U_{wob}), de fréquence minimale 100 Hz et de fréquence maximale 10 kHz. On utilise un montage suiveur entre le signal délivré par le GBF et le filtre RLC afin de ne pas perturber le signal wobulé.



R = 1 kΩ ; C = 100 nF ; L = 44mH   (**F_0= 2,4 kHz**)

R_1 = 100 kΩ ; C_1 = 1 µF

Réglages du GBF :

Fonction Balayage de Fréquence « SWEEP » du GBF :

Le balayage de fréquence entre 100 Hz et 10 kHz est linéaire et varie en dents de scie. Le signal wobulé est obtenu à la sortie Main Out du GBF.

La période du balayage est fixée à 250 ms :

La fréquence du signal wobulé varie périodiquement en fonction du temps:

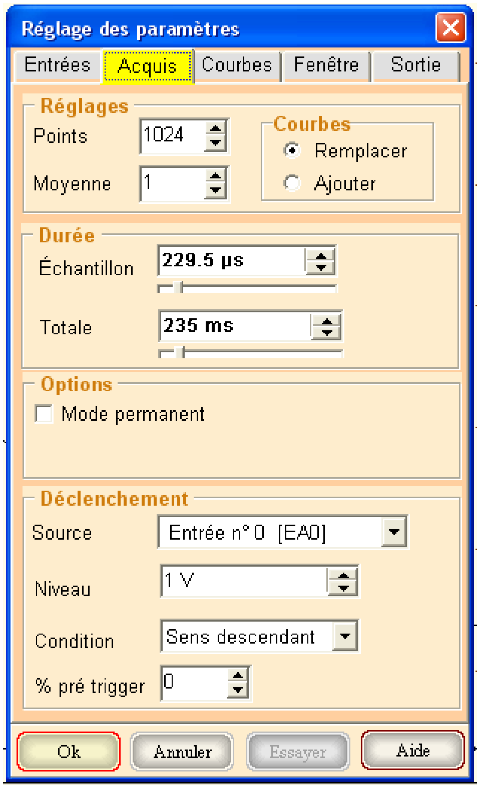
F(t) = 39600 t + 100 (à t=0, F=100 Hz – à t=250 ms, F=10kHz)

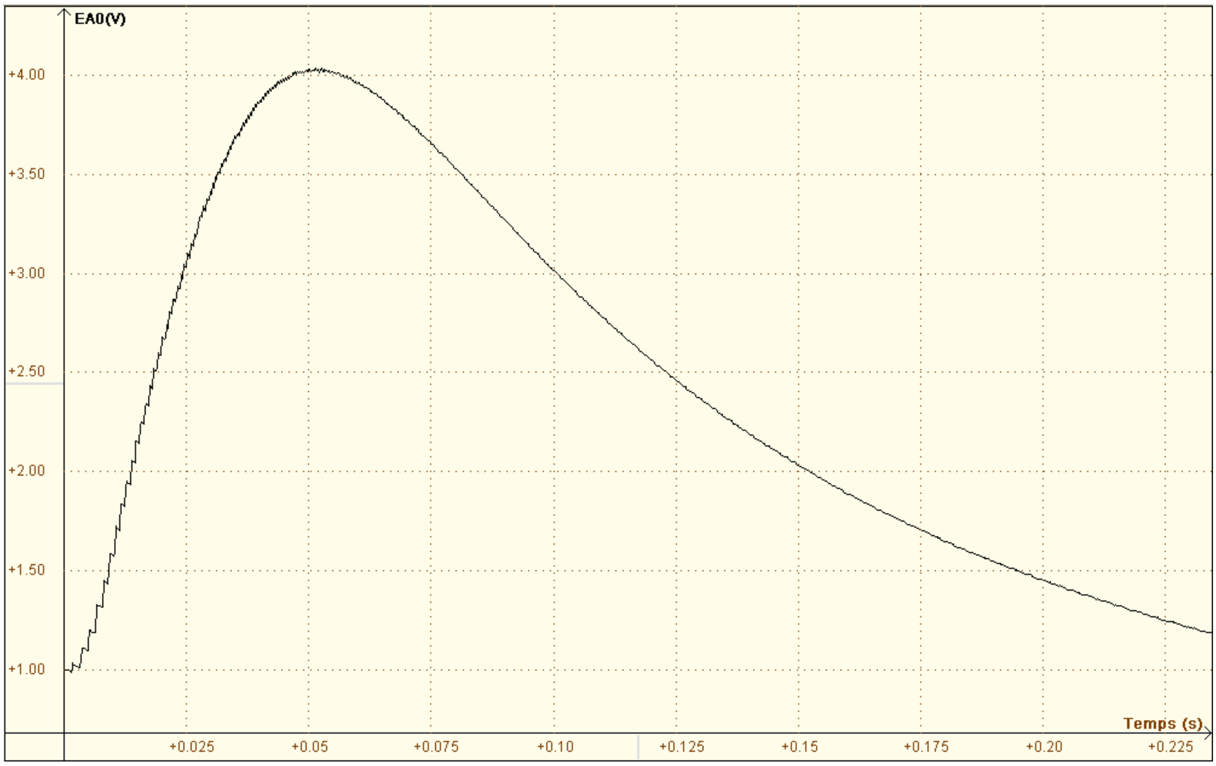
La diode permet de supprimer l'alternance négative et le détecteur de crête permet de conserver l'enveloppe du signal en sortie du filtre RC :

On retrouve bien la réponse d'un filtre passe-bande.

<u>Acquisition du signal Us sur Synchronie 6</u> :

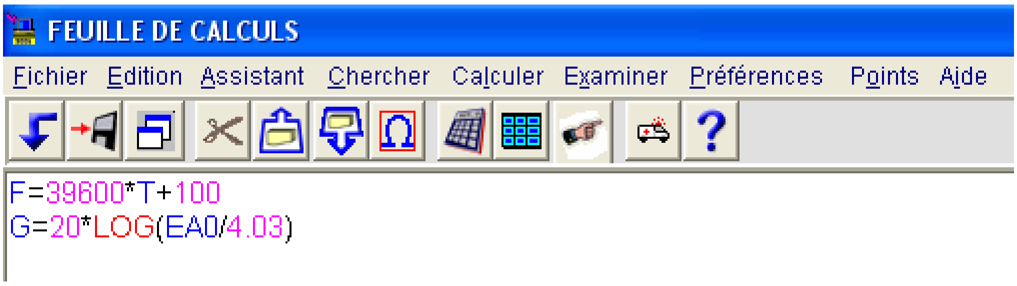
Réglages des paramètres :

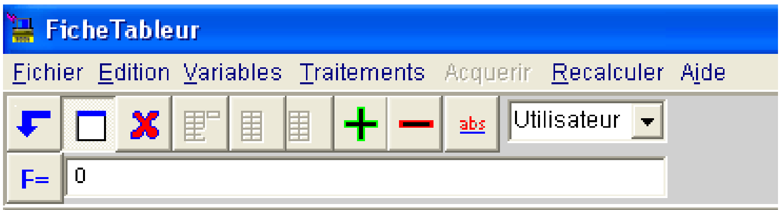




Calcul du gain en fonction de la fréquence :

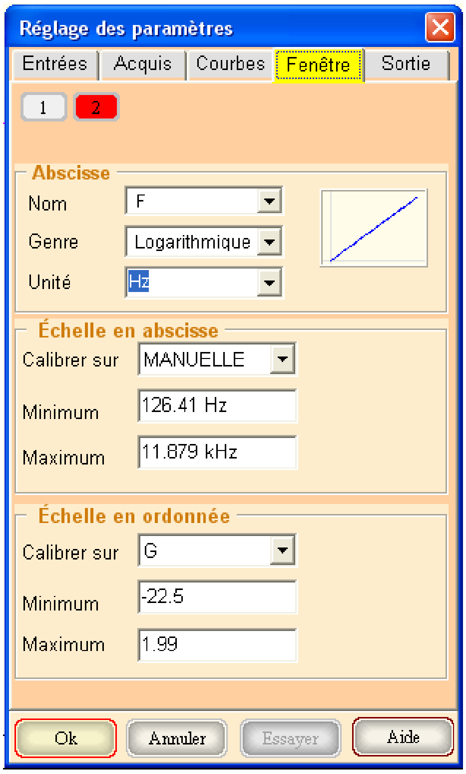
On considère que l'amplitude du signal à l'entrée du filtre est constante et égale à 4 V.

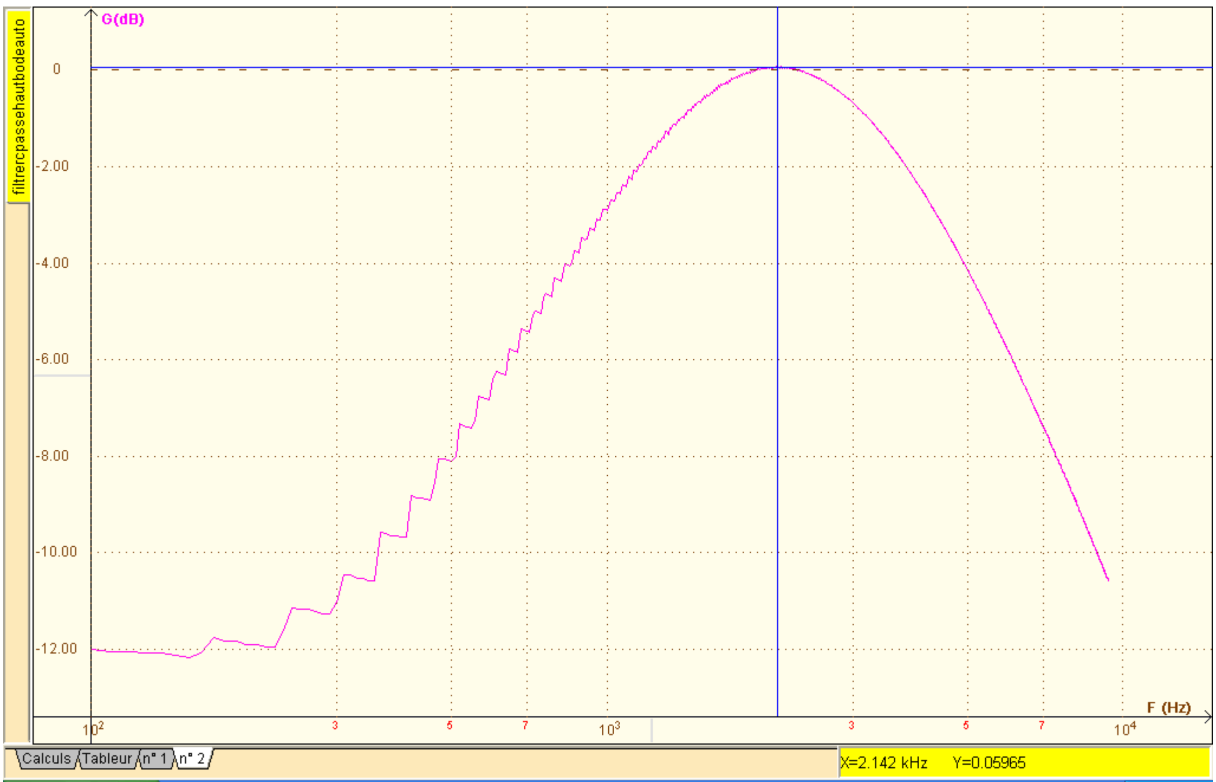




	T(s)	EA0(V)	F(Hz)	G(dB)
1	0	1.005 V	100.0 Hz	-12.07 dB
2	229.5 µs	1.000 V	109.1 Hz	-12.11 dB
3	459.0 µs	1.000 V	118.2 Hz	-12.11 dB
4	688.5 µs	0.995 V	127.3 Hz	-12.15 dB
5	918.0 µs	0.995 V	136.4 Hz	-12.15 dB
6	1.147 ms	0.990 V	145.4 Hz	-12.20 dB
7	1.377 ms	0.985 V	154.5 Hz	-12.24 dB
8	1.606 ms	0.995 V	163.6 Hz	-12.15 dB
9	1.836 ms	1.035 V	172.7 Hz	-11.81 dB
10	2.066 ms	1.025 V	181.8 Hz	-11.89 dB
11	2.295 ms	1.025 V	190.9 Hz	-11.89 dB
12	2.524 ms	1.015 V	200.0 Hz	-11.98 dB
13	2.754 ms	1.015 V	209.1 Hz	-11.98 dB
14	2.983 ms	1.010 V	218.1 Hz	-12.02 dB
15	3.213 ms	1.010 V	227.2 Hz	-12.02 dB
16	3.442 ms	1.050 V	236.3 Hz	-11.69 dB
17	3.672 ms	1.109 V	245.4 Hz	-11.20 dB
18	3.901 ms	1.104 V	254.5 Hz	-11.24 dB
19	4.131 ms	1.104 V	263.6 Hz	-11.24 dB
20	4.360 ms	1.099 V	272.7 Hz	-11.28 dB
21	4.590 ms	1.094 V	281.8 Hz	-11.32 dB
22	4.819 ms	1.094 V	290.9 Hz	-11.32 dB
23	5.049 ms	1.124 V	299.9 Hz	-11.09 dB
24	5.279 ms	1.199 V	309.0 Hz	-10.53 dB
25	5.508 ms	1.199 V	318.1 Hz	-10.53 dB

Représentation du gain en fonction de la fréquence :





La fréquence de résonance F_0 mesurée est proche de la valeur théorique.